Schulinterner Lehrplan zu den Kernlehrplänen der Sekundarstufe I und der gymnasialen Oberstufe im Fach Mathematik

(Stand August 2015)

1. DIE FACHGRUPPE MATHEMATIK AM SCHILLER-GYMNASIUM 3

2. ENTSCHEIDUNGEN ZUM UNTERRICHT 5

2.1 Sekundarstufe I 5
2.1.1 Bezug zum Kernlehrplan Sek I 5
2.1.2.2 Jahrgangsstufe 5 7
2.1.2.2 Jahrgangsstufe 6 11
2.1.2.3 Jahrgangsstufe 7 16
2.1.2.4 Jahrgangsstufe 8 22
2.1.2.5 Jahrgangsstufe 9 28

2.2 Sekundarstufe II 33
2.2.1 Unterrichtsvorhaben 33
2.2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben 33
2.2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben 47

2.3 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit 121

2.4 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung 123
2.4.1 Sekundarstufe I 123
2.4.2 Sekundarstufe II 127

2.5 Lehr- und Lernmittel 131

3. ENTSCHEIDUNGEN ZU FACH- UND FÄCHERÜBERGREIFENDEN FRAGEN 132

4. QUALITÄTSSICHERUNG UND EVALUATION 133

1. Die Fachgruppe Mathematik am Schiller-Gymnasium

Das Schiller-Gymnasium ist ein als gebundene Ganztagsschule geführtes Gymnasium im Stadtteil Köln-Sülz mit zurzeit ca. 1000 Schülerinnen und Schülern und ca. 80 Lehrerinnen und Lehrern sowie 10 Referendaren. Das Einzugsgebiet der Schule umfasst im Wesentlichen die Stadtteile Sülz, Klettenberg und Lindenthal sowie teilweise die umliegenden Stadtteile.

Im Bereich der Sekundarstufe II kooperiert das Schiller-Gymnasium mit der Nachbarschule (Elisabeth-von-Thüringen-Gymnasium) und bietet mit ihr zahlreiche gemeinsame Kurse an, unter anderem einen von zwei Leistungskursen in der Q1 in Mathematik.

Das Schiller-Gymnasium ist in der Sekundarstufe I vierzügig. In der Oberstufe gibt es in der Regel pro Jahrgang fünf Grundkurse und in den Qualifikationsphasen jeweils zwei Leistungskurse.
In der Einführungsphase wird für jeden Grundkurs zudem ein Vertiefungskurs angeboten. Hierdurch werden insbesondere Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet.
Die gemeinsame Entwicklung von Materialien und Unterrichtsvorhaben, die Evaluation von Lehr- und Lernprozessen sowie die stetige Überprüfung und eventuelle Modifikation des schulinternen Curriculums durch die Fachkonferenz Mathematik stellen einen wichtigen Beitrag zur Qualitätssicherung und -entwicklung des Unterrichts dar.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Für die Sekundarstufe I sollen dazu verbindliche Absprachen mit anderen Fachgruppen, wie z. B. Geographie, Politik und Biologie getroffen werden. Besonders eng ist die Zusammenarbeit mit der Fachgruppe Physik, was deshalb leicht fällt, da sie eine echte Teilmenge der Fachgruppe Mathematik darstellt.
In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird zu Beginn der Jahrgangsstufe 7 als grafikfähiger Taschenrechner das Modell TI-*n*spire der Firma Texas Instruments eingeführt. Dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule vier PC-Unterrichtsräume zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

Zurzeit besteht die Fachschaft Mathematik aus ca. 20 Kolleginnen und Kollegen. Die weiteren Lehrbefähigungen der Kolleginnen und Kollegen sind Sport, Englisch, Physik, Informatik, Sozialwissenschaften, Geschichte, Biologie, Deutsch, Pädagogik, Erdkunde und Französisch. Diese Vielfalt der vertretenden Fächer wirkt sich überaus positiv auf die inhaltliche Arbeit der Fachschaft aus.

2. Entscheidungen zum Unterricht

In den folgenden Kapiteln werden grundlegende Entscheidungen und Absprachen zum Unterricht dargestellt.

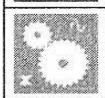
2.1 Sekundarstufe I

Verteilung der Unterrichtsstunden auf die verschiedenen Jahrgänge

Jahrgang	1. Halbjahr	2. Halbjahr	Lernzeiten
5	4	4	1
6	4	4	1
7	4	4	1
8	4	3	1
9	3	3	0

2.1.1 Bezug zum Kernlehrplan Sek I

Kernlehrpläne beschreiben das Abschlussprofil am Ende der Sekundarstufe I.
Er legt Kompetenzerwartungen fest, die als Zwischenstufen am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 9 erreicht sein müssen.
Laut Kernlehrplan zeigt sich die mathematische Grundbildung im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind.
Die mathematischen Kernkompetenzen und die Konkretisierung in den einzelnen Jahrgangsstufen sind in folgenden Tabellen dargestellt:

prozessbezogene Kompetenzen			**inhaltsbezogene Kompetenzen**		
	Argumentieren/ Kommunizieren	kommunizieren, präsentieren und argumentieren		Arithmetik/ Algebra	mit Zahlen und Symbolen umgehen
	Problemlösen	Probleme erfassen, erkunden und lösen		Funktionen	Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden
	Modellieren	Modelle erstellen und nutzen		Geometrie	ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen
	Werkzeuge	Medien und Werkzeuge verwenden		Stochastik	mit Daten und Zufall arbeiten

Überblick inhaltsbezogener Kompetenzen für die verschiedenen Jahrgangsstufen

	Arithmetik/Algebra	Funktionen	Geometrie	Stochastik
5/6	• Grundrechenarten • Ganze Zahlen (nur Addition und Multiplikation) • einfache Brüche und endliche Dezimalzahlen • Größen • Ordnen, Vergleichen, Runden • Zahlengerade • Rechenvorteile, Teiler und Vielfache	• Tabellen und Diagramme • Muster bei Zahlen • Maßstab	• ebene Figuren • Umfang und Fläche von Dreiecken und Vierecken • Quader und Würfel • Oberfläche und Volumen • Schrägbilder, Netze, Körpermodelle	• Ur- und Strichlisten • Häufigkeitstabellen, Säulendiagramme, Kreisdiagramme • arithmetisches Mittel, Median
7/8	• Rechnen mit rationalen Zahlen • Termumformungen • lineare Gleichungen • lineare Gleichungssysteme • irrationale Zahlen • Potenzieren, Radizieren	• Wertetabellen, Grafen und Terme • proportionale und antiproportionale Zuordnungen • lineare Funktionen • Prozentrechnung, Zinsrechnung	• Eigenschaften von Figuren • Zeichnen von Dreiecken • Umfang und Fläche von Kreisen (Kreisberechnung) • Säulen (Prismen, Zylinder)	• Planung und Durchführung von Erhebungen • Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit • einstufige und zweistufige Zufallsexperimente • Baumdiagramme • Laplaceregel und Pfadregeln • Boxplots
9	• Zehnerpotenzschreibweise • Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten • einfache quadratische Gleichungen	• Darstellungswechsel (in Worten, Tabelle, Graf, Term) • quadratische Funktionen • exponentielle Funktionen im Kontext Zinseszins • Sinusfunktion	• Spitzkörper (Pyramiden, Kegel) und Kugeln • geometrische Größen bestimmen • Sinus, Kosinus und Tangens • Satz des Pythagoras • Vergrößern, Verkleinern, Ähnlichkeit	• Analyse von grafischen Darstellungen • Beurteilung von Chancen und Risiken

Überblick prozessbezogener Kompetenzen für die verschiedenen Jahrgangsstufen

	Argumentieren/ Kommunizieren	Problemlösen	Modellieren	Werkzeuge, Medien
5/6	• Informationen aus Texten, Bildern und Tabellen • Erläutern von Rechenwegen • Intuitives Begründen	• Beispiele finden • Überprüfen durch Probieren • Schätzen, Überschlagen • Ergebnisse deuten	• Erstellen von Termen, Figuren und Diagrammen zu Sachaufgaben • im Modell gewonnene Lösung an Realsituation überprüfen • Angeben von Realsituationen zu Figuren, Termen und Diagrammen	• Lineal, Geodreieck, Zirkel • Plakat, Tafel • Lerntagebuch, Merkheft
7/8	• Informationen aus Texten, Bildern, Tabellen und Grafen • Informationen aus authentischen Texten (Zeitung) • Präsentation und Bewertung von Lösungswegen • mehrschrittige Argumentationen	• Zurückführen auf Bekanntes • Spezialfälle finden • Verallgemeinern • Untersuchen von Zahlen und Figuren • Überprüfen auf mehrere Lösungen und Lösungswege • Überprüfen von Ergebnissen und Lösungswegen	• Aufstellen von Gleichungen, Zuordnungen, Funktionen, Gleichungssystemen und Zufallsversuchen zu Realsituationen • Angeben von Realsituationen zu Tabellen, Grafen, Gleichungen • Modelle verändern und anpassen	• Taschenrechner • Tabellenkalkulation • Geometriesoftware • Funktionenplotter • Formelsammlung, Lexika, Internet
9	• Überprüfung und Bewertung von Problembearbeitungen • Argumentationsketten	• Zerlegen von Problemen • Vorwärts-/ Rückwärtsarbeiten • Bewerten von Lösungswegen	• Mathematische Modelle in Realsituationen und Realsituationen in mathematische Modelle übersetzen • Modelle vergleichen und bewerten	• Auswahl von Werkzeugen • Auswahl von Präsentationsmedien • Selbstständige Nutzung von Print- und elektronischen Medien

2.1.2.2 Jahrgangsstufe 5

Anmerkung: Alle mit * gekennzeichneten Inhalte sind optional.

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 3 **Rechnen** 3.1 Addieren und Subtrahieren (kurz) 3.2 Multiplizieren und Dividieren 3.3 Aufstellen und Berechnen von Rechenausdrücken	***Verbalisieren*** mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern ***Lösen*** Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen ermitteln ***Reflektieren*** Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung deuten	***Operieren*** Grundrechenarten (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit natürlichen Zahlen ausführen ***Anwenden*** Arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle nutzen		Freiarbeit (LD)	Für das gesamte Schuljahr: Schulaufgaben wochenweise Formpunkte in Klassenarbeiten
Kapitel 2 **Größen** 2.1 Längen und Maßstäbe* 2.2 Kreuz und quer durch die Größen-bereiche	***Lösen*** elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagspro-blemen nutzen	***Darstellen*** Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten darstellen ***Anwenden*** gängige Maßstabsverhältnisse nutzen		Stationenlernen (Handbuch LS, Klett Verlag) (PKE) Stationenlernen (LD, RE, GD)	
Kapitel 4 **Entdeckungen bei natürlichen Zahlen** 4.1 Besondere Zahlen und ihre Eigenschaften (Potenzen mit Basis	***Kommunizieren*** bei der Lösung von Problemen im Team arbeiten, über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen sprechen, Fehler finden, erklären und korrigieren	***Operieren*** Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen bestimmen und Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5, 10 anwenden		Zu 4.1: Kopfrechnen/ Tafelfußball (auch Potenzen); Enzensberger, Der Zahlenteufel	

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
1 – 10; Quadratzahlen; Summenzahlen*) 4.2 Anordnungen* und Muster* 4.3 Teiler und Vielfache 4.4 Stellenwertsysteme* und alte Zahlendar-stellungen*	***Begründen*** intuitiv verschiedene Arten des Begründens nutzen (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen) ***Erkunden*** inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wiedergeben und ihnen die relevanten Größen entnehmen	***Interpretieren*** Muster in Beziehungen zwischen Zahlen erkunden und Vermutungen aufstellen		Zu 4.3: Primfaktorzerle-gung evtl. als Vertiefung Zu 4.4: Dualspiel (Streichhölzer oder Plättchen) (RE, DI)	
Kapitel 5 **Formen und Beziehungen in Raum und Ebene** 5.1 Einfache geometrische Körper* und Flächen* 5.2 Kantenmodelle von Körpern* und Flächen* 5.3 Schrägbilder 5.4 Würfelnetze und Quadernetze	***Vernetzen*** Ebene und räumliche Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung setzen (z.B. Quader-netz und Quader)	***Erfassen*** Elementare Figuren (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Raute, Trapez, Dreieck, Kreis) und Grundkörper (Quader, Würfel, Pyramide, Kegel, Zylinder, Prisma) benennen und sie in der Umwelt identifizieren ***Konstruieren*** Netze von Würfeln und Quadern entwerfen und die Körper herstellen ***Konstruieren*** Schrägbilder zeichnen und Netze von Würfeln und Quadern Entwerfen		Klicki-Koffer im Matheschrank	

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 6 **Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen** 6.1 Parallele Geraden, senkrechte Geraden und Abstände 6.2 Gitter und Koordinatensysteme 6.3 Pflasterungen*	***Lösen*** in einfachen Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen finden ***Mathematisieren*** Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle übersetzen (Terme, Figuren, Diagramme) ***Konstruieren*** Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen nutzen	***Erfassen*** die Grundbegriffe Punkt, Gerade, Strecke, Abstand, parallel und senkrecht zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren verwenden ***Erfassen*** die charakterisierenden Eigenschaften von Vierecken (Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm) und die begrifflichen Zusammenhänge der Vierecke benennen		Tangram (basteln oder anschaffen lassen)	
Kapitel 7 **Größen in Ebene und Raum** 7.1 Flächeninhalt und Umfang 7.2 Rauminhalt und Oberflächeninhalt	***Vernetzen*** Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung setzen (z.B. Fläche und Volumen)	***Messen*** Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken bestimmen, Längen, Oberflächen und Volumina von Quadern schätzen und bestimmen			
Kapitel 1 (aus NW 6) **Ganze Zahlen** 1.1 Negative Zahlen beschreiben Zustände und Änderungen 1.2 Vom Zahlenstrahl zur Zahlengeraden 1.3 Addieren und Subtrahieren mit ganzen Zahlen	***Lösen*** die Problemlösestrategien „Beispiele finden“ und „Überprüfen durch Probieren“ anwenden ***Mathematisieren*** Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle übersetzen (Terme, Figuren, Diagramme)	***Darstellen*** ganze Zahlen auf verschiedene Weise darstellen (Zahlengerade, Zifferndarstellung, Stellenwerttafel, Wortform) ***Operieren*** Grundrechenarten ausfuhren (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit ganzen Zahlen			

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
1.4 Multiplikation ganzer Zahlen	***Validieren*** die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation überprüfen	***Anwenden*** arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle nutzen			
Kapitel 1 (aus NW 5) Zahlen in Bildern 1.1 Daten erheben* und darstellen* **Kapitel 7 (aus NW 6) Statistische Daten** 7.1 Anteile*, Prozente*, Häufigkeiten* 7.2 Mittelwerte*	***Lesen*** Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wiedergeben ***Verbalisieren*** mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern ***Kommunizieren*** bei der Lösung von Problemen im Team arbeiten über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen sprechen, Fehler finden, erklären und korrigieren	***Erheben*** Daten erheben und sie in Ur- und Strichlisten zusammenfassen ***Darstellen*** Beziehungen zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen und Diagrammen darstellen; Häufigkeitstabellen zusammenstellen und diese mit Hilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen veranschaulichen ***Interpretieren*** Informationen aus Tabellen und Diagrammen in einfachen Sachzusammenhängen ablesen ***Auswerten:*** relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel und Median bestimmen ***Beurteilen*** statistische Darstellungen lesen und interpretieren	Einführung in Tabellenkalkulation anhand einer selbst erstellten Umfrage: Daten eingeben und formatieren; mit Daten rechnen (z.B. Mittelwert); Häufigkeitstabellen erstellen; Diagramme erstellen (Balken, Säule, Kreis, Linie)	Stochastikkiste im Matheschrank	Verbindliche Unterrichtsreihe im Computerraum im Zeitraum zwischen der letzter Arbeit und den Sommerferien

2.1.2.2 Jahrgangsstufe 6

Anmerkung: Alle mit * gekennzeichneten Inhalte sind optional.

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 3 **Brüche** 3.1 Brüche im Alltag 3.2 Brüche im Einsatz – Prozente, Maßstäbe, Verhältnisse 3.3 Brüche miteinander vergleichen und ordnen	***Vernetzen*** Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung setzen (natürliche Zahlen und Brüche) ***Realisieren*** einem mathematischen Modell (Term, Figur, Diagramm) eine passende Realsituation zuordnen	***Darstellen*** einfache Bruchteile auf verschiedene Weise darstellen: handelnd, zeichnerisch an verschiedenen Objekten, durch Zahlensymbole und als Punkte auf der Zahlen-gerade; sie als Größen, Operatoren und Verhältnisse deuten und das Grundprinzip des Kürzens und Erweiterns von Brüchen als Vergröbern bzw. Verfeinern der Einteilung nutzen; Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche deuten und an der Zahlengerade darstellen; Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl durchführen ***Anwenden*** gängige Maßstabsverhältnisse nutzen ***Ordnen*** Zahlen ordnen und vergleichen und natürliche Zahlen und Dezimalbrüche runden		Freiarbeit (LD)	Für das gesamte Schuljahr: Schulaufgaben wochenweise Formpunkte in Klassenarbeiten

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 4 **Rechnen mit Brüchen** 4.1 Addieren und Subtrahieren von Brüchen 4.2 Multiplizieren von Brüchen 4.3 Dividieren von Brüchen 4.4 Rechenausdrücke mit Brüchen		*Operieren* Grundrechenarten (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit einfachen Brüchen ausfuhren *Anwenden* arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle nutzen			
Kapitel 2 **Kreis und Winkel** 2.1 Kreise und Kugeln* 2.2 Kreismuster – Konstruieren mit Kreisen (NUR eine Konstruktion z.B. Raute) 2.3 Winkel 2.4 Winkelgrößen schätzen und messen	*Konstruieren* Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen nutzen deuten *Begründen* intuitiv verschiedene Arten des Begründens nutzen (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitäts-überlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen)	*Erfassen* die Grundbegriffe (Winkel) zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren verwenden, Figuren und Grundkörper benennen, charakterisieren sowie sie in der Umwelt identifizieren; die Grundbegriffe achsen- und punktsymmetrisch zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren verwenden *Konstruieren* grundlegende ebene Figuren (Kreise) und Muster auch im ebenen Koordinatensystem (1. Quadrant) zeichnen		Freiarbeit (LD)	

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 5 **Symmetrie** 5.1 Symmetrie in Raum* und Ebene 5.2 Symmetrische Figuren konstruieren (Achsensymmetrie; Punktsymmetrie: Drehung nur 90°, 180°, 270°; Verschiebung*) 5.3 Raumvorstellungen*	***Konstruieren*** Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen nutzen deuten ***Begründen*** intuitiv verschiedene Arten des Begründens nutzen (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitäts-überlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen)	***Erfassen*** Figuren und Grundkörper benennen, charakterisieren sowie sie in der Umwelt identifizieren; die Grundbegriffe achsen- und punktsymmetrisch zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren verwenden ***Konstruieren*** grundlegende ebene Figuren (Kreise) und Muster auch im ebenen Koordinatensystem (1. Quadrant) zeichnen			
Kapitel 6 **Rechnen mit Dezimalzahlen** 6.1 Dezimalzahlen 6.2 Addieren und Subtrahieren 6.3 Multiplizieren und Dividieren	***Lösen*** Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen ermitteln	***Operieren*** Grundrechenarten (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit endlichen Dezimalzahlen ausführen ***Anwenden*** arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle nutzen			

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 8 **Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken und Vielecken** 8.1 Flächeninhalte bestimmen durch Zerlegen und Ergänzen 8.2 Umfang und Flächeninhalt berechnen (Dreieck, Parallelogramm*, Trapez*)	***Konstruieren*** Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen nutzen ***Begründen*** intuitiv verschiedene Arten des Begründens nutzen (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen) ***Vernetzen*** Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung setzen (z. B. Länge, Umfang, Fläche und Volumen) ***Mathematisieren*** Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle übersetzen (Terme, Figuren, Diagramme)	***Erfassen*** die Grundbegriffe Punkt, Gerade, Strecke, Winkel, Abstand, Radius, parallel, senkrecht, achsen- und punktsymmetrisch zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren verwenden; Figuren und Grundkörper (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Rauten, Trapeze, Dreieck (rechtwinklige, gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke), Quader, Würfel) benennen und charakterisieren und sie in der Umwelt identifizieren ***Messen*** Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken, Dreiecken, Parallelo-grammen und daraus zusammen-gesetzten Figuren schätzen und bestimmen			
Wiederholung Rechnen mit negativen Zahlen und Brüchen insbesondere in Rechenausdrücken	***Lösen*** die Problemlösestrategien „Beispiele finden“ und „Überprüfen durch Probieren“ anwenden ***Mathematisieren*** Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle übersetzen (Terme, Figuren, Diagramme)	***Operieren*** Grundrechenarten (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit einfachen Brüchen und ganzen Zahlen sicher ausführen			Die Inhalte der letzten Klassenarbeit werden in Absprache mit dem Jahrgangsteam für alle Klassen verbindlich festgelegt.

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
	Validieren die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation überprüfen	*Anwenden* arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen sicher anwenden, Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle sicher nutzen			

2.1.2.3 Jahrgangsstufe 7

Anmerkung: Alle mit * gekennzeichneten Inhalte sind optional.

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 7 **Wahrscheinlichkeits-rechnung** 7.1 Voraussagen mit relativen Häufigkeiten 7.2 Theoretische Wahrscheinlichkeiten 7.3 Zufallsversuche und Baumdiagramme	***Mathematisieren*** Einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche) übersetzen			Stochastik Koffer	Mindestens eine Klassenarbeit enthält einen hilfsmittelfreien Teil.
Kapitel 1 **Beschreiben von Zuordnungen in Graphen, Tabellen und Termen** 1.1 Graphen lesen und darstellen (insbesondere Beschreibung von Graphen (vgl. Abituraufgaben)) 1.2 Graphen, Tabellen, Formeln 1.3 Ausgleichskurve* 1.4 Proportionale Zuordnungen 1.5 Antiproportionale Zuordnungen 1.6 Terme	***Lesen*** Informationen aus mathematik-haltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph) ziehen, sie strukturieren und bewerten ***Mathematisieren*** Einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche) übersetzen ***Lösen*** Verschiedene Darstellungsformen (z. B. Tabellen, Skizzen, Gleichungen) zur Problemlösung nutzen	***Darstellen*** Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und in Termen darstellen und zwischen diesen Darstellungen wechseln ***Anwenden:*** proportionale, antiproportionale und lineare Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen identifizieren ***Anwenden*** die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen anwenden	Medien: Einführung der GTR Funktionen: Graphen und Tabellen aus Funktionsvorschriften erstellen; Zoomoptionen in der graphischen Darstellung; Abspeichern von Dokumenten		

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
1.7 Zuordnungen lösen Probleme	***Realisieren*** einem mathematischen Modell (Tabelle, Graph, Gleichung) eine passende Realsituation zuordnen				
Kapitel 2 **Prozent- und Zinsrechnung** 2.1 Relativer Vergleich: Prozente in Tabellen und Diagrammen 2.2 Grundwert – Prozentsatz – Prozentwert 2.3 Geld und Prozente 2.4 Prozente im Alltag	***Lesen*** Informationen aus einfachen authentischen Texten (z. B. Zeitungsberichten) und mathematischen Darstellungen ziehen, die Aussagen analysieren und beurteilen ***Lösen*** Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben nutzen und ihre Praktikabilität bewerten ***Berechnen*** den Taschenrechner nutzen ***Darstellen*** Daten in elektronischer Form zusammentragen und sie mithilfe einer Tabellenkalkulation darstellen	***Anwenden*** Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung) berechnen	Medien: Einführung der GTR Funktionen: Rechnen im Scratchpad: Umrechnung Brüche <-> Dezimalzahlen		
Kapitel 5 **Gleichungen und Terme** 5.1 Gleichungen aufstellen und lösen 5.2 Gleichungen lösen mit systematischem Probieren – Tabelle und Grafik	***Lösen*** Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben nutzen und ihre Praktikabilität bewerten	***Operieren*** lineare Gleichungen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch lösen und die Probe als Rechenkontrolle nutzen	Medien: Einführung der GTR Funktionen		

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
5.3 Gleichungen lösen mit Äquivalenz-umformungen 5.4 Rechnen mit Termen	***Lösen*** bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege überprüfen ***Lösen*** Verschiedene Darstellungsformen (z. B. Tabellen, Skizzen, Gleichungen) zur Problemlösung nutzen ***Mathematisieren*** Einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche) übersetzen ***Validieren*** die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation überprüfen und ggf. das Modell verändern	***Anwenden*** Kenntnisse über lineare Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme verwenden	Gleichungen lösen über Schnittpunkt zweier Funktionsgraphen im Graphen und in Tabellen (GTR)		
Kapitel 3 **Winkel und besondere Linien bei ebenen Figuren (und Körpern)** 3.1 Winkelsätze an Geradenkreuzungen (Begriffe und einfache Argumentationsketten)	***Erkunden*** Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren untersuchen und Vermutungen aufstellen ***Lösen*** die Problemlösestrategien „Zurückführen auf Bekanntes“ (Konstruktion von Hilfslinien, Zwischenrechnungen), „Spezialfälle finden“ und „Verallgemeinern“	***Anwenden*** Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz erfassen und begründen	Medien: Einführung in geometrischen Funktionen des GTR		

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
3.2 Winkel an Vielecken und Körpern (Dreieck, Vierecke*, Fünfecke*, …) 3.3 Ortslinien* – Mittelsenkrechte*, Winkelhalbierende*, Mittelparallele* (eine ausgewählte Konstruktion) 3.4 Besondere Linien* und Punkte* im Dreieck 3.5 Geometrische Denkaufgaben*	anwenden ***Begründen*** Mathematisches Wissen für Begründungen nutzen, auch in mehrschrittigen Argumentationen ***Erkunden*** Mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Geometrie-software, Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme nutzen ***Präsentieren*** Lösungswege und Problembearbeitungen in kurzen, vorbereiteten Beiträgen und Vorträgen präsentieren				
Kapitel 6 **Geometrische Konstruktionen an Dreiecken** 6.1 Konstruktion von Dreiecken (insbesondere Kongruenzbegriff) 6.2 Dreiecks-konstruktionen lösen Probleme 6.3 Raumvorstellung	***Erkunden*** Mathematische Werkzeuge (Tabellen-kalkulation, Geometriesoftware, Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme nutzen ***Verbalisieren*** die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern	***Konstruieren*** Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen zeichnen			

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
	Begründen Mathematisches Wissen für Begründungen nutzen, auch in mehrschrittigen Argumentationen				
Kapitel 6 **Daten erheben, auswerten und darstellen (aus NW 8)** 6.1 Daten in Diagrammen* 6.2 Mittelwerte und Streumaße berechnen und interpretieren 6.3 Sammeln* und Auswerten* von Daten in Projekten	***Lesen*** Informationen aus einfachen authentischen Texten (z. B. Zeitungsberichten) und mathematischen Darstellungen ziehen, die Aussagen analysieren und beurteilen ***Kommunizieren*** Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen vergleichen und bewerten ***Erkunden*** mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Geometrie-software, Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme nutzen ***Darstellen*** Daten in elektronischer Form zusammentragen und sie mithilfe einer Tabellenkalkulation darstellen	***Erheben*** Datenerhebungen planen, durchführen und zur Erfassung auch eine Tabellenkalkulation nutzen ***Darstellen*** Median, Spannweite und Quartile zur Darstellung von Häufigkeitsverteilungen als Boxplots nutzen ***Beurteilen*** Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen interpretieren			

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
	Präsentieren Lösungswege und Problem-bearbeitungen in kurzen, vorbereiteten Beiträgen und Vorträgen präsentieren				

2.1.2.4 Jahrgangsstufe 8

Anmerkung: Alle mit * gekennzeichneten Inhalte sind optional.

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 1* **Die Sprache der Algebra – Terme und Gleichungen** 1.1 Rechnen mit Termen Summen und Produkte 1.2 Klammern setzen und auflösen 1.3 Produkte von Summen 1.4 Gleichungen und Ungleichungen 1.5 Rechnen mit Formeln – Gleichungen mit Parametern	***Vernetzen*** Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung setzen (z. B. Gleichungen und Grafen, Gleichungssysteme und Grafen) ***Verbalisieren*** die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern	***Operieren*** Terme zusammenfassen, ausmultiplizieren und mit einem einfachen Faktor faktorisieren; binomische Formeln als Rechenstrategie nutzen		1.3: Geometrische Erarbeitung	Mindestens eine Klassenarbeit wird mit einem hilfsmittelfreiem Teil geschrieben. Bei allen Klassenarbeiten werden die erreichbaren Punktzahlen unter den Aufgaben notiert.
Kapitel 3 **Lineare Funktionen** 3.1 Lineare Gleichungen mit zwei Variablen 3.2 Entdeckungen am Graphen der linearen Funktion 3.3 Bestimmung von linearen Funktionen aus gegebenen Daten	***Mathematisieren*** Einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche) übersetzen ***Vernetzen*** Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung setzen (z. B. Gleichungen und Grafen, Gleichungssysteme und Grafen)	***Darstellen*** Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und in Termen darstellen und zwischen diesen Darstellungen wechseln ***Interpretieren****:* Grafen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammen-hänge interpretieren	Medien: Wiederholung der GTR Funktionen: Graphen und Tabellen aus Funktionsvor-schriften erstellen; Zoomoptionen in der graphischen Darstellung		

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
3.4 Anwendungen – Modellieren mit linearen Funktionen 3.5 Geraden in Parameterform	***Validieren*** die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation überprüfen und ggf. das Modell verändern	***Anwenden*** lineare Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen identifizieren ***Anwenden*** die Eigenschaften von linearen Zuordnungen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen anwenden	Methoden: Darstellung kausaler Abhängigkeit aus Sachzusammen-hängen		
Kapitel 4 **Systeme linearer Gleichungen** 4.1 Lineare Gleichungssysteme (Gleichsetzungs-, Einsetzungsverfahren, Additionsverfahren*) 4.2 Anwendungen – Modellieren mit linearen Gleichungssystemen	***Mathematisieren*** Einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche) übersetzen ***Lesen*** Informationen aus Mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph) ziehen, sie strukturieren und bewerten ***Lösen*** Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben nutzen und ihre Praktikabilität bewerten ***Lösen*** bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege überprüfen	***Interpretieren*** Grafen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammen-hänge interpretieren ***Operieren****:* Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch lösen und die Probe als Rechenkontrolle nutzen ***Anwenden*** Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme verwenden	Medien: Wiederholung der GTR Funktionen: Schnittpunkt zweier Funktionsgraphen im Graphen und in Tabellen bestimmen Methoden: Mathematische Lösungsverfahren strukturiert darstellen (LGS)		

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
4.3 Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen*	***Validieren*** die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation überprüfen und ggf. das Modell verändern ***Vernetzen*** Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung setzen (z. B. Gleichungen und Grafen, Gleichungssysteme und Grafen)				
Kapitel 2* **Vierecke und Vielecke – Konstruieren, Definieren und Begründen** 2.1 Konstruieren und Definieren von Vielecken 2.2 Vierecke systematisch – Ordnen in der Vielfalt 2.3 Entdecken und Begründen mathematischer Sätze	***Erkunden*** Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren untersuchen und Vermutungen aufstellen ***Erkunden*** mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Geometrie-software, Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme nutzen ***Verbalisieren*** die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern	***Konstruieren*** Dreiecke aus gegebenen Winkel und Seitenmaßen zeichnen ***Anwenden*** Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz erfassen und begründen			

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
	Begründen mathematisches Wissen für Begründungen nutzen, auch in mehrschrittigen Argumentationen ***Vernetzen*** Ober- und Unterbegriffe angeben und Beispiele und Gegenbeispiele als Beleg anführen (z. B. Proportionalität, Viereck)				
Kapitel 5 **Flächen- und Rauminhalte** 5.1 Flächeninhalte von Vielecken (inkl. Wiederholung Flächenberechnung Dreieck, Parallelogramm, Trapez) 5.2 Umfang und Flächeninhalt des Kreises 5.3 Rauminhalte und Oberflächen von Prismen und Zylindern 5.4 Anwendungen 5.5 Raumvorstellung*	***Erkunden*** Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren untersuchen und Vermutungen aufstellen ***Lösen*** die Problemlösestrategien „Zurückführen auf Bekanntes“ (Konstruktion von Hilfslinien, Zwischenrechnungen), „Spezialfälle finden“ und „Verallgemeinern“ anwenden ***Reflektieren*** Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen überprüfen und bewerten	***Erfassen*** Prismen und Zylinder benennen und charakterisieren und in ihrer Umwelt identifizieren ***Messen*** Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und zusammengesetzten Figuren schätzen und bestimmen, sowie Oberflächen und Volumina von Prismen und Zylindern		Arbeit mit Alltagsgenständen	
Kapitel 8 **Reelle Zahlen** 8.1 Wurzeln bestimmen 8.2 Wurzeln* und Näherungsverfahren*	***Reflektieren*** Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen überprüfen und bewerten	***Operieren*** das Radizieren als Umkehren des Potenzierens anwenden; Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf berechnen und überschlagen			

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
8.3 Irrationale Zahlen (Begriffe, Beweise*) 8.4 Rechnen mit Wurzeln	***Begründen*** mathematisches Wissen für Begründungen nutzen, auch in mehrschrittigen Argumentationen	***Systematisieren*** rationale und irrationale Zahlen unterscheiden			
Kapitel 1* **Ähnlichkeiten (aus NW 9)** 1.1 Verkleinern und Vergrößern 1.2 Bestimmung von unzugänglichen Streckenlängen – Strahlensätze 1.3 Ähnliche Figuren 1.4 Verkleinern und Vergrößern – Flächen und Volumina	***Verbalisieren*** Mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten erläutern und mit geeigneten Fachbegriffen präzisieren ***Lösen****:* die Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ anwenden ***Berechnen*** ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellen-kalkulation, Funktionenplotter) auswählen und nutzen	***Konstruieren*** einfache Figuren maßstabsgetreu vergrößern und verkleinern ***Anwenden*** Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte beschreiben und begründen und diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen nutzen		Geogebra AB	
Kapitel 7* **Bruchterme, Bruchfunktionen, Bruchgleichungen** 7.1 Antiproportionale Funktionen und ihre Familie 7.2 Probleme lösen mit einfachen Bruchgleichungen	***Mathematisieren*** Einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Gleichungssysteme, Zufallsversuche) übersetzen ***Lösen*** Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben nutzen und ihre Praktikabilität bewerten				

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
	Lösen bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege überprüfen				

2.1.2.5 Jahrgangsstufe 9

Anmerkung: Alle mit * gekennzeichneten Inhalte sind optional.

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 1 **Ähnlichkeit** 1.1 Verkleinern und Vergrößern 1.2 Bestimmung von unzugänglichen Streckenlängen – Strahlensätze 1.3 Ähnliche Figuren 1.4 Verkleinern und Vergrößern – Flächen und Volumina	***Verbalisieren*** Mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten erläutern und mit geeigneten Fachbegriffen präzisieren ***Lösen****:* die Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ anwenden ***Berechnen*** ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellen-kalkulation, Funktionenplotter) auswählen und nutzen	***Konstruieren*** einfache Figuren maßstabsgetreu vergrößern und verkleinern ***Anwenden*** Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte beschreiben und begründen und diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen nutzen	Dynamische Geometrie-Software (Streckungen)	Geogebra AB	Keine zentrische Streckung, sondern über Ähnlichkeit von rechtwinkligen Steigungsdreiecken einführen; Definition von sin, cos, tan als Seitenverhältnisse am rechtwinkligen (Steigungs-) Dreieck; Ähnlichkeit auf beliebige Dreieck plausibel übertragen; Lösen von Verhältnisgleichungen einüben
Kapitel 2 **Quadratische Funktionen und Gleichungen** 2.1 Einführung in quadratische Funktionen 2.2 Entdeckungen an Graphen quadratischer Funktionen 2.3 Quadratische Gleichungen	***Mathematisieren*** Realsituationen in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme) übersetzen ***Validieren*** Verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation vergleichen und bewerten ***Realisieren*** zu einem mathematischen Modell passende Realsituationen finden	***Darstellen*** lineare und quadratische Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Grafen und in Termen darstellen, zwischen diesen Darstellungen wechseln und ihre Vor- und Nachteile benennen ***Interpretieren*** die Parameter der Term-darstellungen von linearen	Einsatz GTR Dynamische Geometrie-software (mit Parametern in Parabeln; Form/Lage erkunden)	Geogebra AB	Umwandeln von allg. Form in Scheitelpunktform nicht über quadratische Ergänzung, sondern -p/2 als x-Koordinate des Scheitelpunkts deuten

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
2.4 Problemlösen mit quadratischen Funktionen und Gleichungen	***Berechnen*** ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellen-kalkulation, Funktionenplotter) auswählen und nutzen	und quadratischen Funktionen in der grafischen Darstellung deuten und dies in Anwendungssituationen nutzen ***Anwenden*** lineare und quadratische Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen anwenden ***Operieren*** einfache quadratische Gleichungen lösen, d.h. quadratische Gleichungen, auf die ein Lösungsverfahren (z. B. Faktorisieren, pq-Formel) unmittelbar angewendet werden kann ***Anwenden*** Kenntnisse über quadratische Gleichungen zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme verwenden			
Kapitel 3 **Vielfältige Darstellungen von Parabeln** 3.1 Wurzelfunktionen 3.2 Geometrie der Parabel*	***Mathematisieren*** Realsituationen in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme) übersetzen	***Anwenden*** lineare und quadratische Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen anwenden			Umkehrfunktion

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
3.3 Anpassen eines quadratischen Modells an Daten					
Kapitel 4 **Der Satz des Pythagoras** 4.1 Phänomene rund um den Satz des Pythagoras 4.2 Begründen und Variieren des Satzes von Pythagoras 4.3 Probleme lösen mit dem Satz des Pythagoras	***Kommunizieren*** Problembearbeitungen überprüfen und bewerten ***Begründen*** Mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten nutzen ***Berechnen*** ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellen-kalkulation, Funktionenplotter) auswählen und nutzen ***Erkunden*** Probleme in Teilprobleme zerlegen ***Lösen*** die Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ anwenden ***Reflektieren*** Lösungswege und Problemlöse-strategien und bewerten vergleichen	***Anwenden*** geometrische Größen berechnen und dazu den Satz des Pythagoras verwenden und Eigenschaften von Figuren und Körpern mithilfe des Satzes des Thales begründen	Java/ Internet Beweismethoden		Höhensatz, Kathetensatz herleiten; Umkehrung Herleiten von Formeln (z. B. Raumdiagonale Quader, Fläche gleichseitiges Dreieck); partiell radizieren; Gleichungssysteme; Quadratische Gleichungen Kapitel 8.1. integrieren

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 5 **Potenzen** 5.1 Problemlösen mit Potenzen 5.2 Rechnen mit Potenzen 5.3 Zurückblicken mit Potenzen	***Lösen*** die Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ anwenden ***Mathematisieren*** Realsituationen in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme) übersetzen ***Validieren*** Verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation vergleichen und bewerten ***Realisieren*** zu einem mathematischen Modell passende Realsituationen finden	***Darstellen*** Zahlen in Zehnerpotenz-Schreibweise lesen und schreiben und die Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten erläutern ***Anwenden*** Exponentielle Funktionen zur Lösung außermathematischer Problemstellungen aus dem Bereich Zinseszins anwenden	Anzeige am GTR erläutern; GTR nutzen zur graph. Lösung von Exponential-gleichungen		Potenzgesetze; Rechnen mit Einheiten: $m^3/m=m^2$ Permanenzprinzip -> neg. Exponenten (gebrochene Exponenten) Verdopplungszeit Halbwertszeit->Physik
Kapitel 6 **Darstellen und Berechnen von Körpern** 6.1 Darstellen und Herstellen von Körpern 6.2 Pyramiden und Kegel 6.3 Die Kugel	***Berechnen*** ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellen-kalkulation, Funktionenplotter) auswählen und nutzen ***Erkunden*** Probleme in Teilprobleme zerlegen	***Erfassen*** Körper (Pyramiden, Kegel, Kugeln) benennen, charakterisieren und in der Umwelt identifizieren ***Konstruieren*** Schrägbilder skizzieren, Netze von Zylindern, Pyramiden und Kegeln entwerfen und die Körper herstellen ***Messen*** Oberflächen und Volumina von Pyramiden, Kegeln und Kugeln schätzen und bestimmen			

Bezug zum Schulbuch „Neue Wege“ (Schroedel)	Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Medien- und Methodenkonzept	Mögliche Materialien	Schulinterne Vereinbarungen
Kapitel 7 **Statistik und Wahrscheinlichkeits-rechnung** 7.1 Analyse von graph. Darstellungen 7.2 Chancen und Risiken bei Glücksspielen oder: Womit ist auf lange Sicht zu rechnen? 7.3 Zufallsschwan-kungen und ungewöhn-liche Ereignisse	***Darstellen*** geeignete Medien für die Dokumentation und Präsentation auswählen ***Recherchieren*** selbstständig Print und elektronische Medien zur Informationsbeschaffung nutzen	***Beurteilen*** grafische statistische Darstellungen kritisch analysieren und Manipulationen erkennen ***Beurteilen*** Wahrscheinlichkeiten zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten nutzen			
Kapitel 8 **Trigonometrie** 8.1 Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck 8.2 Trigonometrie am beliebigen Dreieck* (8.3 Sinusfunktionen und ihre Graphen)->EF 8.4 Modellieren periodischer Vorgänge*	***Berechnen*** ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellen-kalkulation, Funktionenplotter) auswählen und nutzen ***Mathematisieren*** Realsituationen in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme) übersetzen ***Validieren*** Verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation vergleichen undbewerten	***Anwenden*** geometrische Größen berechnen und dazu den Satz des Pythagoras und die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens verwenden und Eigenschaften von Figuren mithilfe des Satzes des Thales begründen ***Darstellen*** die Sinusfunktion mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Grafen und in Termen darstellen ***Anwenden*** die Sinusfunktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge verwenden			Siehe auch Kap. 1 und 4

2.2 Sekundarstufe II

2.2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Unterrichtsvorhaben werden in diesem Kapitel zunächst in einem Übersichtsraster dargestellt und anschließend konkretisiert.

2.2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
Unterrichtsvorhaben I: **Thema**: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen **Zeitbedarf**: 15 Std.	*Unterrichtsvorhaben II:* **Thema:** *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf:** 6 Std.

Einführungsphase Fortsetzung	
Unterrichtsvorhaben III: **Thema**: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs **Zeitbedarf**: 18 Std.	*Unterrichtsvorhaben IV:* **Thema**: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf**: 12 Std.
Unterrichtsvorhaben V: **Thema:** *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Mehrstufige Zufallsexperimente **Zeitbedarf:** 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben VI:* **Thema**: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Bedingte Wahrscheinlichkeiten **Zeitbedarf:** 9 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Einführungsphase Fortsetzung</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u>

Thema:
Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Koordinatisierungen des Raumes

Zeitbedarf: 6 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u>

Thema:
Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Vektoren und Vektoroperationen

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Einführungsphase: 84 Stunden</u></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
Unterrichtsvorhaben Q1-I : **Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 12 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-II:* **Thema**: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Funktionen als mathematische Modelle **Zeitbedarf**: 9 Std.
Unterrichtsvorhaben Q1-III: **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-IV:* **Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)* **Zentrale Kompetenzen**: • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 12 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Fortführung der Differentialrechnung

Zeitbedarf: 9 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Fortführung der Differentialrechnung
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u>

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen

Zeitbedarf: 6 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u>

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 78 Stunden</u></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
Unterrichtsvorhaben Q2-I: **Thema:** *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-II:* **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 9 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-III: **Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)* **Zentrale Kompetenzen**: • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zeitbedarf:** 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-IV:* **Thema***: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)* **Zentrale Kompetenzen**: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 9 Std.

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung	
Unterrichtsvorhaben Q2-V: **Thema**: *Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Lagebeziehungen **Zeitbedarf:** 6 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-VI:* **Thema**: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Skalarprodukt **Zeitbedarf:** 9 Std
Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 51 Stunden	

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
Unterrichtsvorhaben Q1-I: **Thema**: *Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-II:* **Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 20 Std.
Unterrichtsvorhaben Q1-III: **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-IV:* **Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)* **Zentrale Kompetenzen**: • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Fortführung der Differentialrechnung

Zeitbedarf: 20 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Fortführung der Differentialrechnung
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 20 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u>

Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u>

Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: 10Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 130 Stunden</u></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
Unterrichtsvorhaben Q2-I: **Thema**: *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) **Zeitbedarf:** 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-II:* **Thema:** *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) **Zeitbedarf:** 10 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-III: **Thema:** *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-IV:* **Thema**: *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Verknüpfung aller Kompetenzen **Zeitbedarf:** 10 Std.

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
Unterrichtsvorhaben Q2-V: **Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)* **Zentrale Kompetenzen**: • Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen **Zeitbedarf:** 5 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-VI:* **Thema:** *Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-VII: **Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 5 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:* **Thema:** *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Normalverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
Unterrichtsvorhaben Q2-IX: **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Testen von Hypothesen **Zeitbedarf:** 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-X:* **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 10 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden	

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	6
III	E-A3	18
IV	E-A4	12
V	E-S1	9
VI	E-S2	9
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	84
Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A2	12
II	Q-GK-A1	9
III	Q-GK-A3	9
IV	Q-GK-A4	12
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	12
VII	Q-GK-S1	6
VIII	Q-GK-S2	9
	Summe:	78
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-S3	9
II	Q-GK-S4	9
III	Q-GK-G1	9
IV	Q-GK-G2	9
V	Q-GK-G3	9
VI	Q-GK-G4	6
	Summe:	51

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	**Thema**	**Stundenzahl**
I	Q-LK-A1	20
II	Q-LK-A2	20
III	Q-LK-A3	10
IV	Q-LK-A4	20
V	Q-LK-A5	20
VI	Q-LK-A6	20
VII	Q-LK-G1	10
VIII	Q-LK-G2	10
	Summe:	130
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-G3	10
II	Q-LK-G4	10
III	Q-LK-G5	10
IV	Q-LK-G6	10
V	Q-LK-S1	5
VI	Q-LK-S2	10
VII	Q-LK-S3	5
VIII	Q-LK-S4	10
IX	Q-LK-S5	10
X	Q-LK-S6	10
	Summe:	90

2.2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*	Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern und schwächeren Schülern wird durch die Einrichtung eines Vertiefungskurses Rechnung getragen. Dieser kann grundsätzlich von allen SuS freiwillig besucht werden. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden. Eine Wiederholung der linearen und quadratischen Funktionen nebst zugehöriger Rechentechniken sollte zu Beginn durchgeführt werden. Über die Punkt-Steigungsform der Geraden und die Scheitelpunktform der Parabel kann dann der Einstieg in die Transformationen erfolgen.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen und trigonometrischen Funktionen. Die Ergebnisse werden abschließen in allgemeiner Form fixiert ($f(x) = a\, g(x - d) + e$).

Thema: *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften ganzrationaler Funktionen • beschreiben und interpretieren den Globalverlauf und die Symmetrie ganzrationaler Funktionen • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Symmetrie, Globalverlauf, Nullstellen) • wenden Regeln zur Bestimmung von Nullstellen an **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)*	Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II werden die Potenzfunktionen zu ganzrationalen Funktionen erweitert. *Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen soll durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Polynomfunktionen vom Grad 3.* Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden.. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	

Thema: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an	*Für den Einstieg sollten Graphen in unterschiedlichen Sachzusammenhängen verwendet werden, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).* Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate sollte einer der genannten Kontexte genutzt werden. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): ***Argumentieren (Vermuten)*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf • unterstützen Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … grafischen Messen von Steigungen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten. Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten.

Thema: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen	Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Zum Lösen von inner- und außermathematischen Problemen sollen auch Tangentengleichungen bestimmt werden. An dieser Stelle sollen auch höhere Ableitungen berechnet werden und eine Untersuchung der Änderung von Änderungen vorgenommen werden.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) *(Begründen)* • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie *(Beurteilen)*	Eine Untersuchung auf Wendestellen und Krümmungsverhalten schließt sich an dieser Stelle an.

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum • stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (S*trukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) ***Kommunizieren (Produzieren)*** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen	Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung). Bei engem Zeitrahmen sollten zumindest Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden. (Hier empfiehlt die Fachkonferenz bewusst, über die Anforderungen des Kernlehrplanes hinauszugehen, damit die künftige Beschränkung auf kartesische Koordinaten in Kenntnis anderer, verbreitet üblicher Koordinatisierungen erfolgt.) An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

Thema: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)*	*Neben anderen Kontexten kann hier die Spidercam verwendet werden, und zwar um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.* Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*	Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. *Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.* Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	

Thema: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	*Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe).* Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.*(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. *Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.* An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. *Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.*

Problemlösen *Die Schülerinnen und Schüler* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Das Kriterium über die dritte Ableitung sollte ebenfalls eingeführt werden.

Thema: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. *Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen.*

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser" zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)*	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)*	Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. *Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation des GTR gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.* Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: – natürliche Exponentialfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren).*	Die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion werden zunächst zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. *Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)*	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)*	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke […] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	

Thema: *Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) *(Lösen)*	Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. *Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.* In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.

• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen	Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Thema: *Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden […] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)*	Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. *Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.* *Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).*

• verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*	

Thema: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). *Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.* Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. *Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden.* Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

	Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen […] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […]	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen. *Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

Thema: *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)*	In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.

• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)*	

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)*	Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen ○ Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück • wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt

• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Das Kriterium über die dritte Ableitung sollte ebenfalls eingeführt werden. Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Thema: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser" zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.* Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen" werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)*	*Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.* Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch […] • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)*	Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.

• unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)* • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	*Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.* In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) *Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden.*

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  ○ natürliche Exponentialfunktion
  ○ Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  ○ natürliche Logarithmusfunktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: x → 1/x.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)*
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)*
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)*(Lösen)*
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)*
	Die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion werden zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
	Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung. eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei durch den GTR unterstützt. Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.
	
	Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.
	Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden.
	Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.
	
	Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden. Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum • bestimmen Integrale […] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.

• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Geraden in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)*	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	

Thema: *Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. *Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.* Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt. Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an. *Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen* $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$ *und* $(\vec{a})^2=(\vec{b})^2$ *für die Seitenvektoren* $\vec{a}$ *und* $\vec{b}$ *eines Parallelogramms.*

	In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

Thema: *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)*	Als Darstellungsform wird die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Die unterschiedlichen Darstellungsformen der Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden erarbeitet, verglichen und in Beziehung gesetzt. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen kann eine räumliche Geometriesoftware verwendet werden. Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.

• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	

Thema: *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden […] • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen.

Kommunizieren *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*	

Thema: *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)*	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier kann eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen	

Thema: *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Geraden in Parameterform dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*	Sinnvoll ist es, Problemlösungen mit prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen. Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden. Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen-(Tangenten-) satz von Euklid. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)*	

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

	Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). *Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen	

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) *(Lösen)*	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen	

Thema: *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. *Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Problemlösen *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden …, Berechnen und Darstellen • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Thema: *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)*	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei *(Diskutieren)*	

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)*	*Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

2.3 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 25 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.

24) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
25) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.4 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

2.4.1 Sekundarstufe I

Rechtliche Vorgaben
Schulgesetz zur Leistungsbewertung und den Aufgaben der Fachkonferenzen
APO-S1
Leistungsbewertungskapitel der Kernlehrpläne

Grundsätzliche, fachübergreifende Regelungen und Verabredungen
Grundlage der Leistungsbeurteilung von Schülerinnen und Schülern sind die erbrachten Leistungen in den Beurteilungsbereichen „Schriftliche Arbeiten“ und „Sonstige Leistungen im Unterricht“. Die „Sonstigen Leistungen im Unterricht“, sowie die „Schriftlichen Arbeiten“ besitzen bei der Leistungsbewertung den gleichen Stellenwert. Die geforderten inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen sowie die Aufgabenformate richten sich dabei nach den Vorgaben, Aufgabenstellungen und Kommentaren der Kernlehrpläne und den zentralen Prüfungen (siehe schulinternes Curriculum).

Beurteilungsbereich Klassenarbeiten
Klassenarbeiten dienen der schriftlichen Überprüfung von Lernergebnissen. Sie werden im Unterricht vorbereitet und sind so angelegt, dass Schülerinnen und Schüler im Unterricht erworbene Sachkenntnisse und Fähigkeiten nachweisen können (KLP-I). Die Schülerinnen und Schüler werden in der Regel spätestens eine Woche vor dem angesetzten Termin über Zeitpunkt, mögliche Inhalte und Kriterien für die Leistungsanforderung der Klassenarbeit informiert.

Die Aufgabenstellungen der Klassenarbeiten
Die Auswahl der Aufgabenstellungen entspricht der im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen. Dabei ist eine reine Reproduktionsleistung der Schülerinnen und Schüler auszuschließen. Sukzessive sollen Begründungen, Darstellung von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexionen als Anforderungsleistungen aufgebaut und überprüft werden. Die Aufgabenformen sind mehrfach im Vorfeld der Leistungsbewertung von den Schülern praktiziert worden; dabei haben die Schüler, wo es angebracht erscheint, exemplarische Aufgabenlösungen erhalten, nach deren Maßstab und Muster sie üben konnten.

Anzahl und Dauer von Klassenarbeiten

Jahrgansstufe	Anzahl pro Schuljahr	Dauer
5	6	1 Unterrichtsstunde
6	6	1 Unterrichtsstunde
7	6	1 Unterrichtsstunde
8	5	1 Unterrichtsstunde
9	4	2 Unterrichtsstunden

Bewertung

Die Benotung einer Klassenarbeit ergibt sich schlüssig aus der Korrektur. Erbrachte Teilleistungen werden gewertet und nicht durch Fehlleistungen in anderen Aufgabenteilen aufgehoben. Einmal aufgetretene und weitergeführte Fehler werden angemessen berücksichtigt. Abgesehen von der fachlichen Richtigkeit wird auch die äußere Form der Darstellung und die sprachliche Richtigkeit bei der Bewertung mit einbezogen.
Die Leistungsbewertung bei Klassenarbeiten erfolgt mittels eines Punktesystems, weil sich dadurch Teilleistungen transparent erkennen lassen und das Gewicht einzelner Fehler durchschaubar wird. Die vergebenen Punkte werden für die einzelnen Aufgaben und in ihrer Summe der jeweils erreichbaren Höchstpunktzahl gegenübergestellt und am Rand oder am Ende der Arbeit vermerkt. In den Klassenstufen 8 und 9 sollen die erreichbaren Punkte der Aufgabenstellungen auf dem Aufgabenblatt angegeben werden. Bei der Zuordnung der relativen Punktzahl zu den Notenstufen gilt in der Regel der Grundsatz, dass eine Arbeit mit der Note ausreichend zu bewerten ist, wenn 50% der Maximalpunktzahl erreicht wurden. Dabei wird die Zuordnung der Noten zu den Punkten nicht starr gehandhabt. Eventuell vorhandene deutliche Einschnitte in der Punktverteilung können zur Festlegung von Notengrenzen herangezogen werden. Der Gesamteindruck der Arbeit (u.a. die Aspekte äußere Form und sprachliche Richtigkeit) kann ebenfalls ein Abweichen von diesem Schema begründen. Wo es sinnvoll erscheint, wird die Bewertung durch Leistungskommentare unter den Klassenarbeiten ergänzt. Diese Kommentare enthalten auch Empfehlungen zu individualisierten Lern- und Förderhilfen.

Rückgabe

Nach erfolgter Korrektur erhalten die Schülerinnen und Schüler die bewerteten Klassenarbeiten zurück. Die Klassenarbeit wird im Unterricht so nachbesprochen, dass die Schülerinnen und Schüler zu allen Aufgaben mögliche richtige Lösungen und Lösungswege kennenlernen. Schüler und Eltern haben zusätzlich die Möglichkeit, bei Bedarf Klassenarbeitsentwürfe und Kriterienraster beim Fachlehrer einzusehen. In welchem Umfang und in welcher Form von den Schülerinnen und Schülern eine Berichtigung anzufertigen ist und ob eine Klassenarbeit von einem Erziehungsberechtigten zu unterschreiben ist, entscheidet die Lehrerin oder der Lehrer nach eigenem Ermessen. Der Durchschnittsnotenwert wird der Lerngruppe mitgeteilt.

Ergänzende Regelungen

Eine versäumte Klassenarbeit wird – wenn erforderlich – in der Regel vor der darauf folgenden Klassenarbeit nachgeschrieben. Unter Zustimmung der Schulleitung zur Entlastung der Lehrkräfte gilt: Klassenarbeiten können, müssen aber nicht nachgeschrieben werden.
Schüler mit nachgewiesener LRS, Dyskalkulie o.ä. erhalten einen Nachteilsausgleich in Form einer Arbeitszeitverlängerung.
Eine Klassenarbeit in der Sek.1 kann in der Regel nicht durch eine andere Form der Leistungsüberprüfung ersetz werden.

Beurteilungsbereich Sonstige Mitarbeit

Grundsätze

Für den Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“ sind alle Leistungen zu bewerten, die neben den „schriftlichen Leistungsüberprüfungen“ erbracht werden. Er umfasst die Qualität und Kontinuität der Beiträge, die die Schülerinnen und Schüler in den Unterricht einbringen. Diese Beiträge umfassen unterschiedliche mündliche und schriftliche Formen in enger Bindung an die jeweilige Aufgabenstellung/Unterrichtsthematik und das Anspruchsniveau der jeweiligen Unterrichtseinheit. „Gemeinsam ist diesen Formen, dass sie in der Regel einen längeren, abgegrenzten, zusammenhängenden Unterrichtsbeitrag einer einzelnen Schülerin, eines einzelnen Schülers bzw. einer Gruppe von Schülerinnen und Schülern darstellen.“

Beurteilungsbereiche

Im Einzelnen ergeben sich z. B. die folgenden Beurteilungsbereiche:

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch, z. B. in Form von Ideen zur jeweiligen Problematik (Lösungsvorschlägen), Weiterentwicklung von Ideen, Fortführung von Lösungsansätzen, Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachungen oder Bewertung von Ergebnissen
- entsprechende Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeiten zuzüglich der notwendigen kooperativen Leistungen
- entsprechende Leistungen in Einzel- und Partnerarbeiten, sowie weiteren kooperativen Lernformen, auch die korrekte mathematische Verschriftlichung von Aufgabenbearbeitungen, die Nutzung und ggf. Hinterfragung von Musterlösungen, …
- im jeweiligen Unterricht eingeforderte Leistungsnachweise, z. B. in Form von vorgetragenen vor- und nachbereitenden Hausaufgaben, angemessene Führung eines Heftes, Merkheftes, Lerntagebuchs
- kurze, schriftliche Überprüfungen
- alternative Beurteilungsformen: Mitarbeit an Projekten (Durchführung, Präsentation, …), Portfolios, …

Indikatoren

Indikatoren für die Beurteilung dieser Leistungen können sein (vgl. lehrerfreund.de):

Note	Indikator
5 / 6	keine freiwillige Mitarbeit/Leistungsverweigerung, Äußerungen auf Aufforderung falsch/falsch oder nur teils richtig, Lücken in den Grundkenntnissen, in absehbarer Zeit nicht behebbar/bei entsprechendem Einsatz in absehbarer Zeit behebbar
4	nur gelegentliche Mitarbeit, Äußerungen beschränken sich auf die Wiedergabe einfacher Sachverhalte, Beschränkung auf unmittelbar Behandeltes
3	regelmäßige freiwillige Mitarbeit, im Wesentlichen richtig, aus unmittelbar behandelten Stoff, aber auch Verknüpfungen mit dem Stoff der gesamten Unterrichtsreihe
2	konstante, konstruktive Mitarbeit, Verständnis auch schwieriger Sachverhalte, Einordnen in den Sachzusammenhang, Erkennen des Problems, Beiträge zur Problemlösung, Kenntnisse auch über die Unterrichtsreihe hinaus
1	s.o. und eigenständige gedankliche Entwicklung von Problemlösungen, angemessene fachsprachliche Darstellung, Einordnung auch in größere fachliche Zusammenhänge, sachgerechte Beurteilung

Allgemeine Prinzipien der Leistungsbeurteilung/Individuelle Förderung:

Insgesamt beobachten die Lehrenden die individuellen Leistungen in allen Bereichen über einen längeren Zeitraum, in dem Entwicklung ermöglicht wird, um auf dieser Grundlage ein Leistungsbild zu erhalten. Neben der Orientierung an den Standards der jeweiligen Jahrgangsstufe kann bei der Leistungsbewertung auch die jeweilige Entwicklung des Schülers/der Schülerin, gemäß der zu beobachtenden Lern- und Denkfortschritte, berücksichtigt werden. Sollte sich abzeichnen, dass ein Schüler/eine Schülerin die vorgegebenen Standards im Mathematikunterricht nicht erreichen kann, so sind frühzeitig Fördermaßnahmen einzuleiten. Die Diagnose der jeweiligen Schwächen wird in Lern- und Fördermaßnahmen festgehalten, bzw. den Eltern mitgeteilt, um Absprachen über die jeweils passenden Fördermöglichkeiten zu treffen. Innerschulisch besteht die Möglichkeit der Teilnahme an einem Tutorium.

Entsprechend ist eine festgestellte mathematische Begabung eines Schülers/einer Schülerin zu fördern, etwa durch Teilnahme an der „Mathematikolympiade" bzw. "Känguru" oder durch besondere Leistungen im Fachunterricht (z. B. die Bearbeitung spezieller Aufgaben, Präsentationen, ...).

2.4.2 Sekundarstufe II

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen werden im Vorfeld abgesprochen und nach Möglichkeit gemeinsam gestellt.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt anhand eines kriterienorientierten Bewertungsbogens, den die Schülerinnen und Schüler als Rückmeldung erhalten.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes …) selbstständig vorzutragen.
- Sofern schriftliche Übungen (20 Minuten als Kompetenzüberprüfung bezüglich des unmittelbar zurückliegenden Unterrichtsvorhabens) gestellt werden sollen, verständigen sich dazu die Fachlehrkräfte paralleler Kurse und verfahren in diesen gleichartig.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.1:** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)

- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.1:** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q1.2 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben…)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

- Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind.
  Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

  Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 50% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOSt §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine gute Leistung	ausreichende Leistung
	Die Schülerin, der Schüler	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach

	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

2.5 Lehr- und Lernmittel

Das benutzte Lehrwerk in der Sekundarstufe I ist das Buch „Neue Wege“ aus dem Schroedel Verlag.

Arbeitsbuch 5	ISBN: 978-3-507-85620-2
Arbeitsbuch 6	ISBN: 978-3-507-85622-6
Arbeitsbuch 7	ISBN: 978-3-507-85624-0 (ab 2016/2017)
Arbeitsbuch 8	ISBN: 978-3-507-85626-4 (ab 2017/2018)
Arbeitsbuch 9	Aktuelle Ausgabe ist noch nicht auf dem Markt.

Die benutzten Lehrwerke in der Sekundarstufe II sind die Bücher von Bigalke/Köhler Mathematik aus dem Cornelsen Verlag.

Einführungsphase:	Grundkurs	ISBN: 978-3-06-041912-8
Qualifikationsphase:	Grundkurs	ISBN: 978-3-06-041913-5
	Leistungskurs	ISBN: 978-3-06-041914-2

Die Bücher in den Jahrgangsstufen 5 – 9 und EF stellt die Schule bereit. Das Lehrwerk in den Qualifikationsphasen kaufen die Schülerinnen und Schüler.

3. Entscheidungen zu fach- und fächerübergreifenden Fragen

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich im Rahmen des Schulprogramms und in Absprache mit den betreffenden Fachkonferenzen auf folgende, zentrale Schwerpunkte geeinigt.

Zusammenarbeit mit anderen Fächern

Der Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Insbesondere erfolgt eine Kooperation mit den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Ebene einzelner Kontexte. An den in den vorangegangenen Kapiteln ausgewiesenen Stellen wird das Vorwissen aus diesen Kontexten aufgegriffen und durch die mathematische Betrachtungsweise neu eingeordnet. Der besonderen Rolle der Mathematik in den Naturwissenschaften soll dadurch Rechnung getragen werden, dass die Erkenntnis von Zusammenhängen mathematisiert werden kann.
Die Zusammenarbeit mit der Fachkonferenz Physik wirkt sich insbesondere auf gemeinsam verwendete Schreibweisen aus
Im Bereich der mathematischen Modellierung von Sachverhalten werden die naturwissenschaftlichen Modelle als Grundlage für sinnvolle Modellannahmen verdeutlicht. Insbesondere im Bereich „Wachstum und Zerfall“ werden die zugrundeliegenden physikalischen bzw. biologischen Modelle als Argumentationsgrundlage verwendet und durch mathematikhaltige Argumentationen verifiziert.
Geplant ist eine Kooperation mit weiteren Fächern, in denen deskriptive Statistik und das Argumentieren mit Hypothesen im Sinne der beurteilenden Statistik eine Rolle spielt.
Der Mehrwert der grafikfähigen Taschenrechner wird fächerübergreifend durch die drei naturwissenschaftlichen Fachschaften genutzt.

Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit

Spätestens im ersten Halbjahr der Qualifikationsphase werden im Unterricht an geeigneten Stellen Hinweise zur Erstellung von Facharbeiten gegeben. Das betrifft u. a. Themenvorschläge, Hinweise zu den Anforderungen und zur Bewertung.

4. Qualitätssicherung und Evaluation

Durch parallele Klausuren (vgl. 2.4) in den Grundkursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.
Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1 und 2.2) ist zunächst für das Schuljahr 2015/2016 verbindlich. Jeweils zu Beginn eines neuen Schuljahres werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.
Nach Abschluss des Abiturs 2017 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in den Jahrgängen unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums, insbesondere für die Sekundarstufe II vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.